

OSNOVI GEOMETRIJE, jun 2015.

1. a) Neka je t tangenta kruga opisanog oko trougla ABC u tački A . Dokazati da je $G_{\overrightarrow{CA}} \circ G_{\overrightarrow{BC}} \circ G_{\overrightarrow{AB}} = S_t$, gde je G klizajuća simetrija.
 - b) Četvorougao $ABCD$ je tetivan ako i samo ako je $G_{\overrightarrow{DA}} \circ G_{\overrightarrow{CD}} \circ G_{\overrightarrow{BC}} \circ G_{\overrightarrow{AB}}$. Dokazati.
 2. Konstruisati krug l koji dodiruje datu pravu p i dati krug k i sadrži datu tačku A .
 3. Ako su oba para naspramnih ivica konveksnog četvorougla hiperboličke ravni međusobno podudarne duži, dokazati da su one i hiperparalelne.
 - 4.1 Šta je u euklidskom prostoru proizvod dva zavojna poluobrtaja $Z_{\overrightarrow{AB}}$ i $Z_{\overrightarrow{CD}}$ gde je $ABCD$ pravilni tetraedar?
 - 4.2 U orijentisanom euklidskom prostoru E_3 data je transformacija Φ svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper $O_{e_1 e_2 e_3}$: $x' = 2x - 2y + z + 1$, $y' = 2x + y - 2z + 2$, $z' = x + 2y + 2z - 1$. Dokazati da je Φ sličnost, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju tačke.
 - 4.3 Krugovi k_1 i k_2 seku se u tačkama A i B , a zajednička tangenta dodiruje ih u tačkama M i N . Ako je C središte duži MN dokazati da su tačke A, B, C kolinearne.
- napomena: raditi samo jedan od zadataka 4.1, 4.2, 4.3*

OSNOVI GEOMETRIJE, februar 2015.

1. Neka su K, L, M, N središta lukova AB, BC, CD, DA kruga opisanog oko tetivnog četvorougla $ABCD$. Odrediti ugao između pravih KM i LN .
 2. Konstruisati trougao ABC ako su tri date nekolinearne tačke A, P i P_a njegovo teme i centri upisanog i spolja pripisanog kruga koji odgovara temenu A .
 3. Neka je ABC trougao hiperboličke ravni kome je ugao C prav. Ako je $\angle BAC = \Pi(x)$, $\angle ABC = \Pi(y)$, dokazati da je $\Pi(x - CA) + \Pi(BC + y) = \frac{\pi}{2}$.
 - 4.1 Neka je $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kocka euklidskog prostora. Šta je kompozicija dva zavojna poluobrtaja $I = Z_{\overrightarrow{AA_1}} \circ Z_{\overrightarrow{C_1 D_1}}$?
 - 4.2 U orijentisanom euklidskom prostoru E_3 data je transformacija Φ svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper $O_{e_1 e_2 e_3}$: $x' = -4x - 8y + z + 14$, $y' = 4x - y + 8z + 6$, $z' = 7x - 4y - 4z - 8$. Dokazati da je Φ sličnost, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju tačke.
 - 4.3 Neka su P i P' tačke inverzne u odnosu na krug k i $M \in k$ proizvoljna tačka. Ako su tačke A i B , redom, preseki pravih MP i MP' sa k , dokazati da je AB ortogonalno na PP' .
- napomena: raditi samo jedan od zadataka 4.1, 4.2, 4.3*

OSNOVI GEOMETRIJE, jun 2015.

1. Krugovi k_1 i k_2 seku se u tačkama S i T , a prava kroz T seče ih još u tačkama P i R . Tangente na k_1 i k_2 u tačkama P i R seku se u tački Q . Dokazati da je četvorougao $PQRS$ tetivan.
 2. Konstruisati trougao ABC ako su tri date nekolinearne tačke A, P i P_a njegovo teme i centri upisanog i spolja pripisanog kruga koji odgovara temenu A .
 3. U hiperboličkoj ravni date su paralelne prave p i q . Odrediti skup tačaka A takvih da je ugao $\angle PAQ$ prav, gde su P i Q podnožja normala iz A na pravama p i q .
 - 4.1 Neka su A i B tačke, a γ ravan euklidskog prostora. Dokazati da je kompozicija $S_B \circ S_\gamma \circ S_A$ ravanska refleksija ako i samo ako je AB upravna na γ .
 - 4.2 U orijentisanom euklidskom prostoru E_3 data je transformacija Φ svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper $O_{e_1 e_2 e_3}$: $x' = -4x - 8y + z + 1$, $y' = 4x - y + 8z$, $z' = 7x - 4y - 4z - 2$. Dokazati da je Φ sličnost, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju tačke.
 - 4.3 Dat je trougao ABC i tačka O . Prave AO, BO i CO seku redom prave BC, CA i AB u tačkama P, Q i R . Neka prava BC seče pravu QR u tački S . Dokazati da važi $H(B, C, P, S)$.
- napomena: raditi samo jedan od zadataka 4.1, 4.2, 4.3*

OSNOVI GEOMETRIJE, jul 2015.

1. Neka su M, N i P središta ivica BC, CA i AB trougla ABC i D proizvoljna tačka ivice BC . Ako su E i F središta duži BD i CD , a Q presek pravih AD i NP , dokazati da je $EFNP$ paralelogram čije se dijagonale seku na pravoj MQ .
2. Konstruisati trougao ABC ako su mu poluprečnik opisanog kruga, zbir poluprečnika upisanog i spolja pripisanog kruga koji odgovara temenu A , i razlika poluprečnika spolja pripisanih krugova koji odgovaraju temenima B i C , redom, podudarni datim dužima $r, \rho + \rho_a, \rho_b - \rho_c$.
3. U Poenkareovom disk modelu hiperboličke ravni date su h -tačke X i Y . Konstruisati h -krug l sa centrom u tački X koji sadrži tačku Y .
- 4.1 U euklidskom prostoru data je kocka $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Odrediti tip transformacije $S_{AB} \circ S_{CD} \circ S_{A_1 D_1} \circ S_{B_1 C_1}$.
- 4.2 U orijentisanom euklidskom prostoru E_3 data je transformacija Φ svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper $O_{e_1 e_2 e_3}$: $x' = 1 - z$, $y' = 1 - y$, $z' = 1 + x$. Dokazati da je Φ izometrija, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju tačke.
- 4.3 Neka su O, H i A_1 centar opisanog kruga trougla ABC , njegov ortocentar i središte ivice BC . Ako je M

tačka simetrična H u odnosu na A , a N simetrična A u odnosu na A_1 , dokazati da su O, M i N kolinearne.
napomena: raditi samo jedan od zadataka 4.1, 4.2, 4.3

OSNOVI GEOMETRIJE, januar 2016.

1. Neka je D proizvoljna tačka ivice BC trougla ABC u euklidskoj ravni. Ako su O i S središta krugova opisanih oko trouglova ABD i ACD dokazati da je $\triangle ABC \sim \triangle AOS$.
2. Dat je krug l i u njegovoj unutrašnjosti tačka H , različita od njegovog centra. Konstruisati $\triangle ABC$ upisan u krug l , ako je H njegov ortocentar i ako mu je težišna duž iz temena A podudarna datoj duži t_a .
3. Odrediti poluprečnik kruga upisanog u asimptotski trougao hiperboličke ravni, kome su sva tri temena nesvojtvena.
- 4.1 Neka su OP, OQ i OR tri međusobno upravne duži euklidskog prostora. Neka je $J = Z_{\vec{OR}} \circ Z_{\vec{OQ}} \circ Z_{\vec{OP}}$ kompozicija tri zavojna poluobrtaja. Odrediti tip transformacije J .
- 4.2 U orijentisanom euklidskom prostoru E_3 data je transformacija Φ svojim formulama u odnosu na ortonormirani reper $O_{e_1 e_2 e_3}$: $x' = -4x - 8y + z + 14$, $y' = 4x - y + 8z + 6$, $z' = 7x - 4y - 4z - 8$
Dokazati da je Φ sličnost, odrediti osnovne komponente i skicirati putanju tačke.
- 4.3 Neka je tačka E takva da je prava AE paralelna dijagonali BD paralelograma $ABCD$. Dokazati da su prave AB, AD, AC i AE harmonijski spregnute.
napomena: raditi samo jedan od zadataka 4.1, 4.2, 4.3